

ISSN 0013-5860



**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

**1** 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА,  
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЕ  
И ЭЛЕКТРОННЫЕ АППАРАТЫ

Подпоркин Г.В., Енькин Е.Ю., Пильщиков В.Е.  
Разработка мультикамерной системы раз-  
рядников . . . . . 2

Новожилов А.Н., Исупова Н.А., Колесников  
Е.Н., Кудабаяев Д.А. Анализ методов моде-  
лирования коммутационных переходных  
процессов в электрических сетях с изолиро-  
ванной нейтралью . . . . . 7

Кавалеров Б.В., Петроченков А.Б., Один  
К.А., Тарасов В.А. Моделирование взаимо-  
действия структурных элементов электро-  
энергетических систем. . . . . 11

Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Евдо-  
кунин Г.А., Дмитриев М.В., Артури Ц.М.  
Принципы моделирования переходных  
процессов в трансформаторе с учётом топо-  
логии и свойств магнитопровода . . . . . 16

Буянов Ю.Л. Влияние материала резистивной  
части ВТСП токоввода на тепловую на-  
грузку криоохладителей . . . . . 25

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Сарваров А.С., Омельченко Е.Я. Магнитодви-  
жущие силы трёхфазных обмоток асин-  
хронных машин . . . . . 31

ЭЛЕКТРОПРИВОД

Мелешкин В.Н., Никифоров К.А., Скотников  
К.И., Хромов И.С. Усовершенствование ал-  
горитма частотного управления асинхрон-  
ным двигателем. . . . . 36

СИЛОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

Колоколов Ю.В., Мононская А.В. Выявление  
зарождения бифуркационного явления в  
динамике ШИМ преобразователя . . . . . 43

ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЯ

Щербаков А.В. Комплексное проектирование  
электрооборудования для прецизионной  
электронно-лучевой сварки . . . . . 50

ЭЛЕКТРОТРАНСПОРТ

Сафин А.Р. Выбор рациональных схем управ-  
ления тяговым электроприводом трамвая  
на основе разработки имитационной моде-  
ли . . . . . 57

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

Михаил Григорьевич Юньков . . . . . 62

Илья Зеликович Богуславский . . . . . 63

Валентину Александровичу Мартыненко – 70  
лет! . . . . . 64

CONTENTS

POWER INDUSTRY,  
ELECTRICAL EQUIPMENT  
AND ELECTRONICS APPARATUSES

G.V. Podporkin, E.Yu. En'kin, V.E. Pil'schikov.  
Development of multi chamber system for  
arresters . . . . . 2

A.N. Novozhilov, N.A. Isupova, E.N. Kolesnikov,  
D.A. Kudabaev. The analysis of methods of  
modeling of switching transients in electric  
networks with the isolated neutral . . . . . 7

B.V. Kavalerov, A.B. Petrochenkov, K.A. Odin,  
V.A. Tarasov. The simulation of interaction of  
structure elements of electric power systems . . 11

S.E. Zirka, Yu.I. Moroz, E.Yu. Moroz,  
G.A. Evdokunin, M.V. Dmitriev, C.M. Arturi.  
Transient modeling principles of transformer  
taking into account topology and properties of  
the core . . . . . 16

Yu.L. Buyanov. Effect of resistive material of  
the HTS current lead for cryocooler heat load . 25

ELECTROMECHANICS

A.S. Sarvarov, E.Ya. Omel'chenko. Magnetomo-  
tive forces of 3-phase windings asynchronous  
machines. . . . . 31

ELECTRIC DRIVE

V.N. Meleshkin, K.A. Nikiforov, K.I. Skotnikov,  
I.S. Khromov. Improving the algorithm of  
frequency control an asynchronous motor . . 36

POWER ELECTRONICS

Yu.V. Kolokolov, A.V. Monovskaya. Detection of  
incipient bifurcation phenomenon in PWM  
converter dynamics . . . . . 43

ELECTROTECHNOLOGY

A.V. Scherbakov. Integrated design of electrical  
equipment for precision electron beam welding . 50

ELECTRICAL TRANSPORT

A.R. Safin. Choice of rational schemes of  
management of the traction electric drive of a  
tram on the basis of development of imitating  
model . . . . . 57

OUR JUBILEERS

Mikhail Grigor'evich Yun'kov . . . . . 62

Ilya Zelikovich Boguslavskii . . . . . 63

Valentin Aleksandrovich Martynenko – 70 year . 64

договора 13.G25.31.0009 от 07.09.2010 между ОАО «Протон-ПМ» и Министерством образования и науки РФ.

### Список литературы

1. Веретенников Л.П. Исследование процессов в судовых электроэнергетических системах. Теория и методы. Л.: Судостроение, 1975.
2. Целемечский В.А. Матричные математические модели электрических машин переменного тока в фазных координатах // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1978. №2. С. 113–122.
3. Кавалеров Б.В. Математическое моделирование в задачах автоматизации испытаний систем управления энергетических газотурбинных установок // Известия Юго-Западного государственного университета. 2011. №1. С. 74–83.
4. Кавалеров Б.В., Кузнецов М.И., Шигапов А.А. Математическое моделирование автономных систем электроснабжения с учётом насыщения электрических машин // Электротехника. 2009. №11. С. 13–18.
5. Kundur P. Power system stability and control. New York, McGraw-Hill, 1994.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1996.
7. Финягин В.И. Автоматизация формирования математических моделей автономных электроэнергетических систем // Электричество. 1981. №7. С. 20–24.

8. KavaleroV B. Algorithms of structural simulation for electric power supply systems // Acta Universitatis Pontica Euxinus International Scientific Journal: Technical University of Varna Ovidius University of Constanta, Perm State Technical University. 2005. Vol. 4, №1. P. 64–67.

**Кавалеров Максим Владимирович** – доцент кафедры «Автоматика и телемеханика» ФГБОУ ВПО ПНИПУ, канд. техн. наук. Окончил электротехнический факультет Пермского ГТУ в 1996 г. Защитил диссертацию по теме «Планирование задач в системах автоматизации и управления при нестандартных ограничениях реального времени» в 2007 г.

**Петроченков Антон Борисович** – заведующий кафедрой микропроцессорных средств автоматизации ФГБОУ ВПО ПНИПУ, канд. техн. наук, доцент. Окончил электротехнический факультет Пермского ГТУ в 1999 г. Защитил диссертацию по теме «Автоматизация выбора режимов функционирования систем электроснабжения нефтеперерабатывающих предприятий» в 2003 г.

**Один Константин Анатольевич** – программист I категории ФГБОУ ВПО ПНИПУ. Окончил электротехнический факультет ПНИПУ в 2008 г.

**Тарасов Владимир Анатольевич** – ассистент каф. МСА ФГБОУ ВПО ПНИПУ. Окончил магистратуру электротехнического факультета ПНИПУ в 2011 г.

## Принципы моделирования переходных процессов в трансформаторе с учётом топологии и свойств магнитопровода

ЗИРКА С.Е., МОРОЗ Ю.И., МОРОЗ Е.Ю., ЕВДОКУНИН Г.А., ДМИТРИЕВ М.В., АРТУРИ Ц.М.

*Предложен способ описания процессов в холоднокатаной стали, позволяющий воспроизвести динамические петли гистерезиса в отдельных элементах магнитопровода (стержнях и ярмах). Описан способ учёта магнитных потоков в немагнитной среде, обеспечивающий обратимость модели трансформатора. Выполнены расчёты переходных процессов при повторных включениях трёхфазной группы четырёхстержневых трансформаторов на сеть 500 кВ.*

**Ключевые слова:** трансформаторная группа, моделирование, переходные процессы, токи включения.

Программные пакеты, используемые для проектирования трансформаторов в диапазоне мощностей от 2 до 1000 МВ·А (например, пакет САПР ТОН [1]), обычно включают программу моделирования переходных процессов, обусловленных различными изменениями режимов работы как собственно трансформатора, так и внешней электрической цепи (энер-

*A method of describing processes in cold-rolled electrical steel is proposed, which reproduces the dynamic hysteresis loops in core legs and yokes. A method of accounting for magnetic fluxes in nonmagnetic medium which makes the transformer model reversible is described. The model developed is illustrated by calculating inrush current produced by subsequent energizations of three-phase bank consisting of four-limb transformers.*

**Key words:** transformer bank, modeling, transients, inrush currents.

госистемы). Такая программа должна воспроизводить процессы включения и отключения трансформатора, режимы изменения и КЗ нагрузки, работу генераторного трансформатора при синхронизации генератора с сетью. Возможности модели воспроизводить повторные включения трансформатора, описывать феррорезонансные явления и режимы с подмагни-

чиванием, различать частотные спектры токов ХХ и КЗ определяются её способностью воспроизводить гистерезисные (статические) и вихрековые (динамические) свойства материала магнитной системы (МС) при произвольных и заранее неизвестных законах изменения индукции в различных элементах магнитопровода. Несмотря на многочисленные публикации, посвящённые моделированию трансформаторов в переходных режимах (соответствующие обзоры даны в [2, 3]), только в немногих из них предпринимались попытки корректного описания топологии и свойств материала сердечника при одновременном учёте магнитных потоков, замыкающихся в немагнитной среде. Неучёт потоков в воздухе (масле) делает такие модели (например, модели, описанные в [3–5]) практически непригодными для описания режимов, сопровождающихся насыщением МС.

Настоящая статья является попыткой восполнить этот пробел. В ней развивается метод [6] учёта магнитных потоков вне магнитопровода, описывается инженерная модель перематчивания листовой холоднокатаной стали, предлагается метод совместного решения «магнитных» и «электрических» уравнений трансформатора. Предложенная модель иллюстрируется примером расчёта переходного процесса в однофазном трансформаторе ОДЦ-417000/500/24, рассмотренном в [7] при упрощённом (безгистерезисном) описании магнитопровода. Поскольку этот трансформатор входит в состав трансформаторной группы, то рассматриваются переходные процессы в трёхфазной системе, включающей генератор, представленный трёхлучевой звездой ЭДС, трансформаторную группу и электрическую сеть, линейные провода которой характеризуются индуктивностями и активными сопротивлениями.

### Расчётная схема магнитной цепи однофазного трансформатора

Схема магнитной цепи рассматриваемого трансформатора показана на рис. 1. Обмотки высшего (ВН) и низшего (НН) напряжений состоят из двух параллельных ветвей (условно называемых далее полуобмотками), расположенных на обоих стержнях МС. На рис. 1 полуобмотки показаны тонкими концентрическими цилиндрами, доходящими до ярм МС. Следуя [8], считаем, что каждый из четырёх узлов магнитной цепи образуется горизонталь-

ной круговой поверхностью, перекрывающей торцы обмоток, и вертикальным ребром, пересекающим ярмо. Такие узлы имеют нулевые магнитные сопротивления и показаны на рис. 1 Т-образными жирными линиями, разграничивающими ветви магнитной цепи.

С учётом симметрии конструкции трансформатора достаточно обозначить три магнитных потока в стали ( $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ ) и четыре потока в воздухе: потоки  $\Phi_{10}$  между стержнями МС и полуобмотками НН, потоки  $\Phi_{12}$  в каналах рассеяния (между полуобмотками НН и ВН), потоки  $\Phi_{20}$  вне обмоток (от ярма к ярму), и потоки  $\Phi_{30}$ , шунтирующие торцевые ярма.

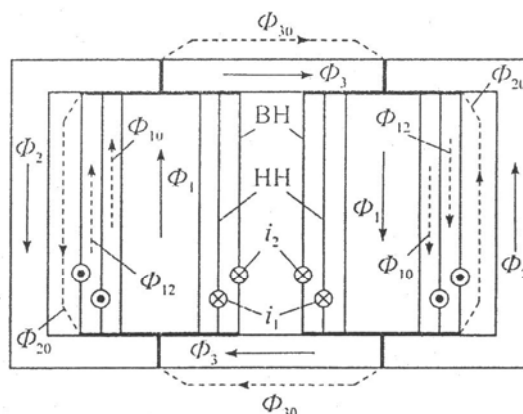


Рис. 1. Схема магнитной цепи трансформатора

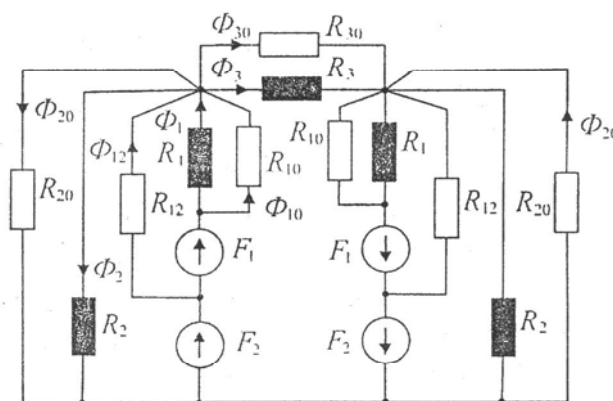
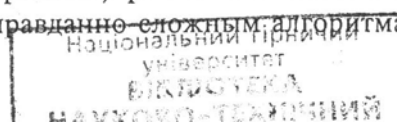


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи

Магнитную цепь на рис. 1 удобно представить схемой замещения, показанной на рис. 2, где МДС полуобмоток НН ( $F_1 = i_1 w_1 / 2$ ) и ВН ( $F_2 = i_2 w_2 / 2$ ) определяются токами  $i_1 / 2, i_2 / 2$  и числами витков  $w_1, w_2$  полуобмоток. Пути магнитных потоков в стали условно обозначены на схеме одноимёнными магнитными сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3$ . Так как значения этих нелинейных сопротивлений изменяются во времени, расчёт их значений приводит к неоправданно сложным алгоритмам [9, 10]. По-



этому в данной модели соответствующие ветви МС описываются дифференциальными уравнениями, которые интегрируются совместно с другими уравнениями трансформатора и внешних цепей при пошаговом расчёте переходного процесса.

Из четырёх магнитных сопротивлений схемы рис. 2, характеризующих пути потоков вне стали (линейных «воздушных» сопротивлений  $R_{10}$ ,  $R_{20}$ ,  $R_{30}$  и  $R_{12}$ ), только сопротивление  $R_{12}$  может считаться известным (оно определяется индуктивностью рассеяния  $L_k$  полуобмоток НН и ВН, расположенных на одном стержне):

$$R_{12} = \frac{w^2}{L_k}, \quad (1)$$

где  $w$  – число витков в обмотке, к которой приводится значение  $L_k$ .

С точностью, достаточной для целей предстоящего моделирования, значение  $L_k$  может быть рассчитано по известной упрощённой формуле [8]:

$$L_k = \frac{\mu_0 w^2 S_{12}}{h} = \frac{\mu_0 w^2 \pi (d_2^2 - d_1^2)}{4h}, \quad (2)$$

где  $h$  – высота окна сердечника;  $S_{12} = \pi(d_2^2 - d_1^2)/4$  – сечение канала рассеяния;  $d_1$  и  $d_2$  – диаметры тонких полуобмоток НН и ВН, показанных на рис. 1.

Для реальной внутренней катушки НН с толщиной  $b_1$  и наружным диаметром  $d_{нар1}$ , эквивалентный диаметр  $d_1$ , используемый в (2), определяется обычно выражением [8]:

$$d_1 = d_{нар1} - 2b_1 / 3. \quad (3)$$

Эквивалентный диаметр  $d_2$  реальной обмотки ВН (наружной катушки с толщиной  $b_2$  и внутренним диаметром  $d_{внутр2}$ ) рассчитывают как  $d_2 = d_{внутр2} + 2b_2 / 3$ .

Подстановка таких  $d_1$  и  $d_2$  в (2) и расчёт по этой формуле при  $w = w_2 = 703$  и  $h = 3,34$  м (размеры трансформатора приведены в [7]), даёт  $L_k = 0,2052$  Гн. Следовательно, при  $f = 50$  Гц сопротивление КЗ пары полуобмоток, расположенных на одном стержне,  $X_k = 2\pi f L_k = 64,46$  Ом, а сопротивление КЗ трансформатора в целом  $X_k / 2 = 32,23$  Ом. Это совпадает с измеренным значением, даваемым заводом-изготовителем (при несовпадении рассчитанного и измеренного значений  $X_k$  диаметры  $d_1$  и/или  $d_2$  можно скорректиро-

вать или ввести в коэффициент Роговского [8]).

Следует заметить, что при расчёте токов включения трансформатора эквивалентный диаметр  $d_{экв}$  возбуждаемой обмотки в общем случае отличается от значений  $d_1$  и  $d_2$ , записанных выше. Например, в [11,12]  $d_{экв}$  принимается равным среднему диаметру витка, а в [13]  $d_{экв} = d_{внутр} + 2b/3$ , где  $d_{внутр}$  и  $b$  – внутренний диаметр и радиальный размер (толщина) обмотки. Очевидно, что последняя формула совпадает с записанным выше выражением для  $d_2$ , но отличается от формулы (3), которую можно переписать как  $d_2 = d_{внутр1} + 4b_1 / 3$ . Таким образом, при анализе КЗ и ХХ используются разные значения  $d_1$ , чему соответствуют разные значения сопротивлений  $R_{10} = h / (\mu_0 S_{10})$ , где  $S_{10} = \pi d_1^2 / 4 - S_1$  – сечение воздушного канала между стержнем (с сечением  $S_1$ ) и тонкой обмоткой НН.

Для традиционных аналитических расчётов такая неопределённость в выборе  $d_1$  не является существенной, так как различные режимы работы трансформатора анализируются обычно с помощью разных схем замещения. Задачей же данной работы является построение модели, охватывающей все режимы, лежащие между ХХ и КЗ обеих обмоток. Это означает, что модель должна быть обратимой, т.е. способной воспроизводить процессы в трансформаторе (включая броски токов включения) при его возбуждении как со стороны ВН, так и со стороны НН. Это обеспечивается надлежащим выбором «воздушных» сопротивлений  $R_{10}$ ,  $R_{20}$  и  $R_{30}$  (сопротивление  $R_{12}$  считаем известным). Как показано далее, обратимость модели обеспечивается только при одном определённом значении  $R_{10}$ , чему соответствует диаметр  $d_1$ , не совпадающий ни с одним его значением, приведённым выше.

Несмотря на неопределённость, возникшую при оценке диаметра  $d_1$ , а следовательно, сопротивлений  $R_{10}$ , предположим вначале, что это сопротивление известно. Тогда в схеме рис. 2 остаётся найти сопротивления  $R_{20}$  и  $R_{30}$ . Для их расчёта используем подход, предложенный в [6], т.е. считаем, что бросок тока включения является настолько большим, что насыщенными оказываются не только стержни, но и ярма. В этом режиме возбуждаемая обмотка (НН или ВН) характеризуется её индуктивностью на воздухе (соответственно  $L_{НН}^B = (L_1 + M_1) / 2$  или  $L_{ВН}^B = (L_2 + M_2) / 2$  или

магнитным сопротивлением ( $R_{ВН}^B = w_2^2 / L_{ВН}^B$  или  $R_{НН}^B = w_1^2 / L_{НН}^B$ ). Здесь  $L_1$  и  $L_2$  – индуктивности полуобмоток НН и ВН на воздухе;  $M_1$  и  $M_2$  – взаимные индуктивности полуобмоток НН и ВН, расположенных на разных стержнях полностью насыщенной МС.

С другой стороны, мы продолжаем использовать схему замещения на рис. 2, где в режиме насыщения стержней и ярм все сопротивления характеризуются проницаемостью  $\mu_0$ , т.е. являются линейными. В частности, сопротивления  $R_1, R_2, R_3$  становятся известными и вычисляются как  $R_1^B = l_1 / (\mu_0 S_1)$ ,  $R_2^B = 2l_2 / (\mu_0 S_2)$ ,  $R_3^B = l_3 / (\mu_0 S_3)$ , где  $S_1, S_2, S_3$  и  $l_1, l_2, l_3$  – сечения и длины участков магнитной цепи с одноимёнными потоками – стержней, торцевых и боковых ярм соответственно (при выборе узлов, показанных на рис. 1,  $l_1 = h, S_2 = S_3$ ).

Для линейной (в режиме насыщения) схемы (рис. 2) можно записать выражения входных сопротивлений магнитной цепи ( $R_{ВХ1}$  и  $R_{ВХ2}$ ) со стороны обмоток НН и ВН. Приравняв эти выражения значениям  $R_{НН}^B$  и  $R_{ВН}^B$ , приходим к системе двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными ( $R_{20}$  и  $R_{30}$ ):

$$R_{ВХ1}(R_{20}, R_{30}) = R_{НН}^B; R_{ВХ2}(R_{20}, R_{30}) = R_{ВН}^B. \quad (4)$$

Выполняя несложные преобразования, находим, что решение системы (4) существует только при выполнении условия:

$$R_{1П}^2 + \left( 2R_{12} - \frac{R_{НН}^B}{2} \right) R_{1П} + R_{12} \left( R_{12} - \frac{R_{НН}^B}{2} - \frac{R_{НН}^B}{R_{ВН}^B} R_{12} \right) = 0, \quad (5)$$

где  $R_{1П} = R_{10} R_1^B / (R_{10} + R_1^B)$  – представляет параллельное соединение известного сопротивления  $R_1^B$  и сопротивления  $R_{10}$ , которое ранее считалось заданным.

С использованием положительного корня  $R_{1П}$  квадратного уравнения (5), находим:

$$R_{10} = \frac{R_1^B R_{1П}}{R_1^B - R_{1П}}. \quad (6)$$

Коэффициенты уравнения (5), а следовательно, и найденное сопротивление  $R_{10}$  не зависят от значений  $R_{20}$  и  $R_{30}$ . Можно показать,

что при выполнении условия (5) уравнения системы (4) становятся тождественными, т.е. остаётся одно уравнение, связывающее две неизвестные  $R_{20}$  и  $R_{30}$ . Это уравнение может быть записано в виде

$$R_{20} = \frac{R_{30} R_2^B R_3^B Z}{R_{30} (R_2^B R_3^B - 2ZR_2^B - ZR_3^B) - 2ZR_2^B R_3^B}, \quad (7)$$

$$\text{где } Z = \frac{R_{ВН}^B}{2} - \frac{R_{1П} R_{12}}{R_{1П} + R_{12}}.$$

Таким образом, воздушное сопротивление  $R_{30}$  в схеме рис. 2 является свободным параметром и может быть выбрано произвольно.

Для выполнения дальнейших расчётов воспользуемся конструктивными данными трансформатора [7] и со значениями:  $R_1^B = 2,173 \cdot 10^6$  1/Гн,  $R_2^B = 9,098 \cdot 10^6$  1/Гн,  $R_3^B = 5,718 \cdot 10^6$  1/Гн.

Индуктивности полуобмоток на воздухе, найденные рекуррентным методом [13],  $L_1 = 1,64878$  мГн,  $L_2 = 0,473127$  Гн. Взаимные индуктивности полуобмоток НН и ВН, рассчитанные по формулам из [14],  $M_1 = 0,03996$  мГн,  $M_2 = 23,326$  мГн. Расчёт по (5) и (6) даёт при этом  $R_{10} = 6,782 \cdot 10^6$  1/Гн. Сопротивления  $R_{30}$  и  $R_{20}$  можно характеризовать безразмерными коэффициентами  $k_3 = R_{30} / R_3^B$  и  $k_2 = R_{20} / R_2^B$ . При увеличении  $k_3$  от 0,01 до 1000 значение  $k_2$  уменьшается от 0,00533 до 0,00198. Как показывают расчёты переходных процессов, описанных далее, любая пара значений  $k_2 - k_3$  из этого диапазона, т.е. пара значений  $R_{30}$  и  $R_{20}$ , связанных формулой (7), даёт практически одинаковые результаты. Поскольку значение  $k_3 = 1000$  соответствует удалению из схемы сопротивления  $R_{30}$ , наличие этого сопротивления в схеме замещения не является обязательным. При исключении из схемы сопротивления  $R_{30}$  формула (7) переписывается в виде  $R_{20} = R_2^B R_3^B Z / (R_2^B R_3^B - 2ZR_2^B - ZR_3^B)$  и при заданной геометрии трансформатора получаем  $R_{20} = 0,17987 \cdot 10^5$  1/Гн.

Заметим, что расчёт геометрии воздушного канала с сопротивлением  $R_{20}$  не имеет смысла, так как найденное значение  $R_{20}$  может быть получено при различных отношениях длины и сечения этого канала.

### Модель перемагничивания листовой холоднокатаной стали

При написании контурных уравнений магнитной цепи падение магнитного потенциала  $H_k l_k$  на ферромагнитной ветви  $k$  (стержне или ярме) определяется длиной ветви  $l_k$  и зависимостью  $H_k(B_k)$ , характеризующей, в общем случае, как статические, так и динамические свойства материала ветви. Примером простейшего представления зависимости  $H(B)$  является её кусочно-линейная аппроксимация [7,15]. В данной работе значения  $H$  и  $B$  связываются статической моделью гистерезиса (СМГ) [16], допускающей представление любой кривой намагничивания в виде зависимостей  $B(H)$  и  $H(B)$ .

Ошибочным, но весьма распространенным, является мнение о том, что безотносительно к типу электротехнической стали вихревые потери в тонком ферромагнитном листе с удельным сопротивлением  $\rho$  могут быть рассчитаны посредством решения классического уравнения [17]:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \quad (8)$$

где векторы  $H = H_z(x,t)$  и  $B = B_z(x,t)$  направлены вдоль оси  $z$  (в направлении прокатки), а ось  $x$  — по нормали к поверхности листа с толщиной  $d$ .

Следует напомнить, что уравнение (8) описывает процессы в абстрактной однородной среде, т.е. не учитывает доменную структуру реального материала.

Известно [18–22], что в случае холоднокатаной трансформаторной стали, где размеры доменов соизмеримы с толщиной листа, потери в стали, рассчитанные с использованием (8) значительно занижены. Так, численное решение уравнения (8), учитывающее гистерезисную зависимость  $B$  от  $H$  в каждом «слое» листа, показывает, что для типичной холоднокатаной стали, рассматриваемой в данной статье ( $d = 0,27$  мм,  $\rho = 0,48 \cdot 10^{-6}$  Ом·м), потери на гистерезис и вихревые токи на частоте 50 Гц составляют 42 и 21% соответственно [18]. Остальные 37% общих потерь остаются неучтенными и с точки зрения классической теории являются аномальными или дополнительными (excess loss).

Попытки объяснить аномальные потери предпринимались, начиная с известных работ К.М. Поливанова [19], а затем Прая и Бина [20]. К сожалению, эти попытки успехом не

увенчались, и для учёта дополнительных потерь используют феноменологические модели [21,22], основанные на принципе разделения напряжённости поля  $H(t)$  на поверхности ферромагнитного листа на гистерезисную, классическую и дополнительную составляющие:  $H(t) = H_r + H_{кл} + H_d$ . Одной из форм такого разделения является модель тонкого листа (МТЛ) [23]

$$H(t) = H_r(B) + \frac{d^2}{12\rho} \frac{dB}{dt} + g(B) \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1/2}, \quad (9)$$

где поле  $H_r(B)$  рассчитывается с использованием СМГ, а  $g(B)$  может быть либо константой [9], либо функцией  $B$  [23]; параметр направления  $\delta$  для восходящей и нисходящей кривых намагничивания равен, соответственно,  $\pm 1$ .

Несмотря на феноменологический характер МТЛ (9), её применение оправдывается отсутствием адекватной физической модели и достаточной точностью МТЛ при надлежащем выборе функции  $g(B)$  [23]. Простейшей зависимостью, реализующей такие свойства  $g(B)$ , является выражение [18]  $g(B) = G_m(1 + kB^2)$ , где для рассматриваемой стали  $G_m = 0,42$  (А/м)·(с/Тл) $^{1/2}$ , а  $k = 0,39$  1/Тл $^2$ .

Правильность моделирования процессов включения трансформатора во многом зависит от способа описания материала сердечника в области больших индукций. В связи с этим, статическая петля гистерезиса  $H_r(B)$  была экстраполирована [18] так, чтобы тангенс угла её наклона в этой области был равен магнитной постоянной  $\mu_0$ .

### Уравнения трансформаторной цепи

В качестве переменных, описывающих магнитную цепь на рис. 1 и 2, используются 4 магнитных потока в воздухе ( $\Phi_{10}, \Phi_{12}, \Phi_{20}, \Phi_{30}$ ) и 3 потока в стали (последние характеризуются магнитными индукциями  $B_1 = \Phi_1 / S_1, B_2 = \Phi_2 / S_2, B_3 = \Phi_3 / S_2$ ). Мгновенные значения этих переменных связаны одним узловым [7]:

$$S_1 B_1 - S_2 B_2 - S_3 B_3 + \Phi_{10} + \Phi_{12} - \Phi_{20} - \Phi_{30} = 0, \quad (10)$$

и 6 контурными уравнениями:

$$H_1(B_1)l_1 - R_{10}\Phi_{10} = 0; \quad (11)$$

$$H_2(B_2)l_2 - R_{20}\Phi_{20} = 0; \quad (12)$$

$$H_3(B_3)l_3 - 2R_{20}\Phi_{20} = 0; \quad (13)$$

$$\Phi_{30}R_{20} = 2R_{20}\Phi_{20}; \quad (14)$$

$$0,5i_1w_1 = R_{10}\Phi_{10} - R_{12}\Phi_{12}; \quad (15)$$

$$0,5i_2w_2 = R_{12}\Phi_{12} + R_{20}\Phi_{20}. \quad (16)$$

Уравнения (11)–(16) иллюстрируют тот факт, что контуры магнитной цепи всегда могут быть выбраны так, чтобы каждый из них содержал не более одной ферромагнитной ветви. Такой выбор контуров, а также квадратичный характер модели (9) относительно  $(dB/dt)^{1/2}$ , позволяет найти производные  $dB/dt$  для всех стержней и ярм и свести анализ переходного процесса к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

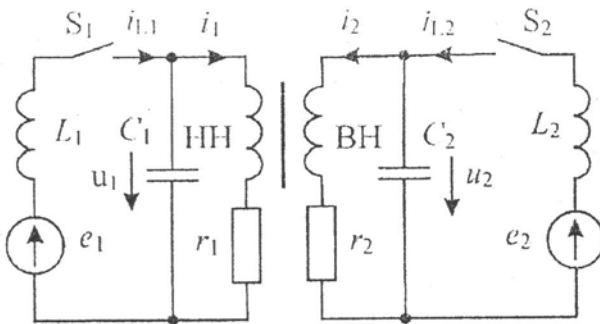


Рис. 3. Схема цепи с однофазным трансформатором

Уравнения магнитной цепи (10)–(16) рассматриваемого генераторного трансформатора объединяются с «электрическими» уравнениями, описывающими внешние цепи (рис. 3).

Если обмотка НН с сопротивлением  $r_1$  подключена к генератору, представленному на рис. 3 источником ЭДС  $e_1$  и индуктивностью  $L_1$ , а обмотка ВН с сопротивлением  $r_2$  — к сети с ЭДС  $e_2$  и индуктивностью  $L_2$ , то с учётом ёмкостей  $C_1$  и  $C_2$  (они учитывают ёмкости обмоток, вводов и ошиновки) электрические уравнения однофазного трансформатора имеют вид:

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{e_1 - u_1}{L_1}, \quad \frac{du_1}{dt} = \frac{i_{L1} - i_1}{C_1}; \quad (17)$$

$$u_1(t) = i_1r_1 + w_1 \left( S_1 \frac{dB_1}{dt} + \frac{d\Phi_{10}}{dt} \right); \quad (18)$$

$$u_2(t) = i_2r_2 + w_2 \left( S_1 \frac{dB_1}{dt} + \frac{d\Phi_{10}}{dt} + \frac{d\Phi_{12}}{dt} \right); \quad (19)$$

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{e_2 - u_2}{L_2}, \quad \frac{du_2}{dt} = \frac{i_{L2} - i_2}{C_2}; \quad (20)$$

где  $i_{L1}, i_{L2}$  — токи в индуктивностях  $L_1, L_2$ ;  $u_1, u_2$  — напряжения на ёмкостях  $C_1, C_2$ .

Трансформаторная цепь в целом описывается системой (9) ОДУ первого порядка с 9 переменными состояниями:  $B_1, B_2, B_3, \Phi_{10}, \Phi_{12}, i_{L1}, u_1, i_{L2}, u_2$ . Интегрирование этой системы может быть выполнено с использованием библиотечной процедуры (в разработанной Фортран-программе используется метод Гира, эффективный при решении жёстких ОДУ). Задачей пользователя является написание подпрограммы, входными параметрами которой являются упомянутые переменные состояния, а выходными — их производные. В ходе выполнения подпрограммы вычисляются также потоки  $\Phi_{20}, \Phi_{30}$  и токи в обмотках  $i_1, i_2$ , которые с точки зрения вычислительной процедуры являются промежуточными переменными.

Последовательность действий, выполняемых в подпрограмме, и порядок вычисления производных можно записать следующим образом:

1. Используя (10) и (14), выражаем  $\Phi_{20}$  и  $\Phi_{30}$ .
2. Токи  $i_1$  и  $i_2$  определяем из (15) и (16).
3. Производные  $dB_1/dt, dB_2/dt$  и  $dB_3/dt$  находим посредством решения квадратных уравнений относительно  $(dB_1/dt)^{1/2}, (dB_2/dt)^{1/2}$  и  $(dB_3/dt)^{1/2}$ , получаемых из (11)–(13) и (9).
4. На основании (18) и (19) находим производные  $d\Phi_{10}/dt$  и  $d\Phi_{12}/dt$ .
5. Последние четыре производные определяем уравнениями (17) и (20).

Размыкание ключей  $S_1$  и  $S_2$  в цепях НН и ВН воспроизводится обнулением токов  $i_{L1}$  и  $i_{L2}$  и их производных в (17) и (20).

При моделировании группы из трёх однофазных трансформаторов (А, В и С) магнитные уравнения (10)–(16) сохраняют свой вид и переписываются для трансформаторов А, В и С с добавлением соответствующих индексов. Для обмоток ВН, соединённых в звезду с заземлённой нулевой точкой, это же относится к уравнениям (19) и (20). При соединении обмоток НН в треугольник вместо уравнения (18) записывают шесть уравнений для контуров и три уравнения для узлов.

#### Моделирование переходных процессов

В качестве первого примера, иллюстрирующего решение итоговой системы из 27 ОДУ, рассмотрим процессы при подключении



трансформаторной группы к сети с линейным напряжением 525 кВ и индуктивностями линейных проводов  $L_2 = 0,14324$  Гн, что соответствует сопротивлению  $X_L = 45$  Ом воздушной линии длиной 180 км [7]. Поскольку точные значения ёмкостей  $C_1$  и  $C_2$  известны не были, то, исходя из значений, типичных для трансформаторов на напряжения 500 кВ, считаем, что  $C_1 = 6400$  пФ, а  $C_2$  (в предварительных расчётах) полагаем равным 2000 пФ.

Считаем, что трансформаторы отсоединены от генератора, т.е. выключатели на стороне НН разомкнуты. При расчёте также считаем, что перед подключением к сети (при  $t=0$ ) МС всех трансформаторов находятся в размагниченном состоянии, а выключатели  $S_A$ ,  $S_B$  и  $S_C$  в вводах  $A$ ,  $B$  и  $C$  на стороне ВН замыкаются в момент, соответствующий наибольшему броску тока включения в линии  $A$  (в этот момент ЭДС фазы  $A$  сети переходит через ноль, т.е. может быть записана как  $e_{2A}(t) = E_m \sin \omega t$ ).

Для объяснения последующих результатов считаем, что в момент  $t_k = 46$  мс подаётся команда на размыкание ключа  $S_C$  линии  $C$ . Этот ключ размыкается при снижении тока  $i_{LC}$  до 5 А (в рассматриваемом примере это происходит в момент  $t_C = 46,6725$  мс). Рассчитанные кривые токов в фазах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  показаны на рис. 4, где момент  $t_C$  отмечен вертикальной точечной прямой. Горизонтальной прямой  $I$  на рис. 4 показано значение броска тока, рассчитанное аналитически. Если пренебречь влиянием треугольника обмоток НН (это превращает транс-

форматорную группу в совокупность отдельных однофазных трансформаторов) и использовать подход, описанный в [12, 13], то это значение определяется в данном случае выражением

$$I_m = \frac{E_m}{\omega(L_C + L_{\text{ЭКВ}})} \left[ 2 - \frac{(B_s - B_0)\omega w_2 S_1}{E_m} \right], \quad (21)$$

где  $L_{\text{ЭКВ}} = (L_2 + M_2)/2$  – индуктивность обмотки ВН (с числом витков  $w_2$ ) при насыщенной МС;  $S_1$  – сечение стержня;  $B_s$  – индукция насыщения стали (2,0 Тл);  $B_0$  – начальная индукция в стержне ( $B_0 = 0$  перед первым включением);  $\omega = 2\pi f$ .

Как видно из рис. 4, первые два броска тока не достигают уровня  $I$ . Это согласуется с выводом о том, что в трансформаторной группе, где обмотки НН соединены в треугольник, а обмотки ВН – в звезду, бросок тока включения на стороне ВН составляет 2/3 ударного тока XX однофазного трансформатора [12] (к сожалению, это важное обстоятельство не нашло отражения в [15]). При размыкании ключа  $S_C$  броски тока линии  $A$  заметно увеличиваются и достигают значения, рассчитанного по (21). Это объясняется тем, что после отключения трансформатора  $C$  исчезает ЭДС, индуцируемая в его обмотке НН, а большая индуктивность намагничивания этой обмотки препятствует протеканию тока в треугольнике обмоток НН трансформаторов группы. В то же время, эта индуктивность находится в замкнутом треугольнике и на неё воздействует значительное намагничивающее напряжение, поддерживающее индукцию в стержне трансформатора  $C$  на высоком уровне.

Как и в реальном трансформаторе, индукция в торцевых и боковых ярмах достигает значительно меньших значений. Такое поведение модели достигается благодаря учёту магнитных потоков в воздухе, т.е. введению в схему рис. 2 сопротивления  $R_{20}$ . Удаление же из схемы этого сопротивления ведёт к существенным ошибкам: бросок тока линии  $A$  оказывается завышенным почти вдвое (точечная кривая на рис. 4). Интересно заметить, что во многих работах, посвящённых моделированию токов включения, например в [3, 4], сопротивление  $R_{20}$  не учитывается.

Рассмотрим теперь переходные процессы в трансформаторной группе, двукратно коммутируемой на сеть (выключатели в цепи НН остаются разомкнутыми). Как и ранее, считаем, что МС всех трансформаторов находятся вна-

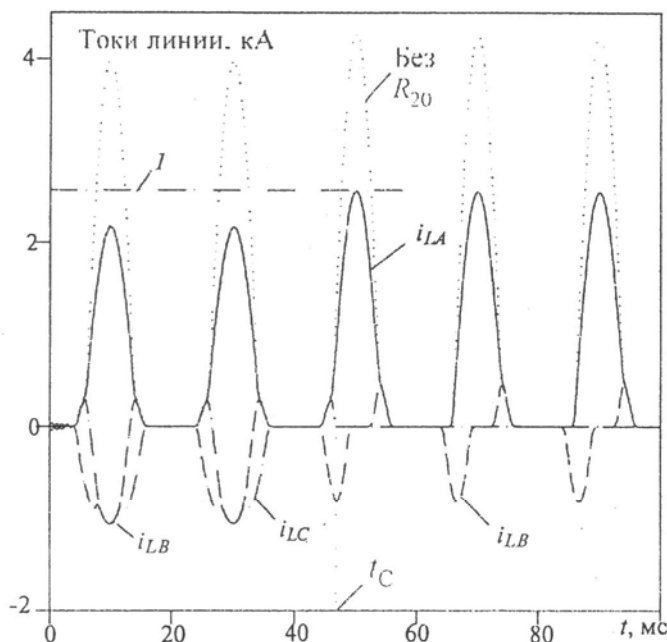


Рис. 4. Токи включения трансформаторов  $A$ ,  $B$ ,  $C$

чале в размагниченном состоянии, а ключи  $S_A$ ,  $S_B$  и  $S_C$  замыкаются в момент ( $t=0$ ), когда  $e_{2A} = E_m \sin \omega t$ . В момент  $t_k = 46$  мс подаётся команда на размыкание ключей, и при заданном токе среза выключателей (5 А) их размыкание в линиях  $C$ ,  $B$ , и  $A$  происходит в следующие моменты:  $t_C = 46,67$  мс,  $t_B = 49,41$  мс,  $t_A = 54,55$  мс. Повторное замыкание ключей производится при  $t = 100$  мс, когда ЭДС снова синусоидальна, т.е. наиболее неблагоприятна в смысле последующего нарастания индукции  $B_{1A}$  в стержнях трансформатора  $A$  и повторного броска тока в линии  $A$ . Линейные токи, рассчитанные при нескольких значениях ёмкости  $C_2$ , показаны на рис. 5. Влияние ёмкости  $C_1$  цепи НН значительно, примерно в  $(w_2/w_1)^2 = 176$  раз, меньше, чем влияние  $C_2$ , поэтому значение  $C_1$  (6400 пФ) сохраняется в дальнейшем неизменным.

В то время как первые броски тока (рис. 5) от значения  $C_2$  не зависят, эта ёмкость оказывает существенное влияние на уровень индукции в бестоковой паузе, а следовательно, на значение второго броска тока. Это объясняется процессом разряда ёмкости  $C_2$  на трансформатор [11,18], который начинается после отключения трансформатора от сети. Чем больше  $C_2$ , тем большая энергия запасена в этой ёмкости в момент отключения трансформатора, и тем больше постоянная времени  $R_{\text{ЭКВ}} C_2$  разряда ёмкости на эквивалентное со-

противление  $R_{\text{ЭКВ}}$ , которым можно условно представить МС трансформатора. К увеличению постоянной времени  $R_{\text{ЭКВ}} C_2$  ведёт также отбрасывание третьего слагаемого в динамической модели гистерезиса (9). При  $g(B)=0$  уменьшается площадь динамической петли гистерезиса, что означает увеличение  $R_{\text{ЭКВ}}$ . При прочих равных условиях это приводит к большему «проседанию» кривой  $B(t)$  в бестоковой паузе и уменьшению последующих максимумов индукции и тока (рис. 5). Значение тока, отмеченное на рис. 5 линией уровня 1, рассчитано, как и ранее, по формуле (21).

Рассмотренный пример показывает, что при расчёте сложных переходных процессов необходимо учитывать гистерезисные (статические) и динамические свойства трансформаторной стали, а также ёмкости трансформаторной цепи. Максимальному броску тока, зафиксированному в экспериментах (4,8 кА) [7], соответствует значение  $C_2 = 1000$  пФ, при котором расчётный бросок равен 4,62 кА (рис. 5).

В заключение заметим, что настоящая работа посвящена, в основном, принципам построения модели, и, в силу ограниченного объёма статьи, мы не затронули многие вопросы, которые могут быть исследованы с её использованием. Рассмотрение некоторых из них, в частности нерешённых проблем, описанных в [15], составит предмет будущих публикаций.

### Список литературы

1. Паук Ю.И., Дорогокушя В.А., Желонин В.А. и др. Программное обеспечение проектирования трансформаторов и реакторов // Электро. 2009. № 4.
2. Martinez J. A. and Mork B. A. Transformer modeling for low- and mid-frequency transients—A review // IEEE Trans. Power Del. 2005. № 2.
3. Theocharis A.D., Miliadis-Argitis J., Zacharias Th. Single-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents // Electrical Engineering. 2008. № 3.
4. Cardelli E., Della Torre E., Esposito V., Faba A. Theoretical considerations of magnetic hysteresis and transformer inrush current // IEEE Trans. Magn. 2009. № 11.
5. Li X., Wen X., Markham P.N., Liu Y. Analysis of nonlinear characteristics for a three-phase, five-limb transformer under DC bias // IEEE Trans. Power Delivery. 2010. № 4.
6. Arturi C.M. Transient simulation of a three phase five limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization // IEEE Trans. Power Del. 1991. № 1.
7. Евдокушин Г.А., Дмитриев М.В. Моделирование переходных процессов в электрической сети, содержащей трансформаторы при учете конфигурации их магнитной системы // Известия РАН. Сер. Энергетика. 2009. № 2.
8. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981.

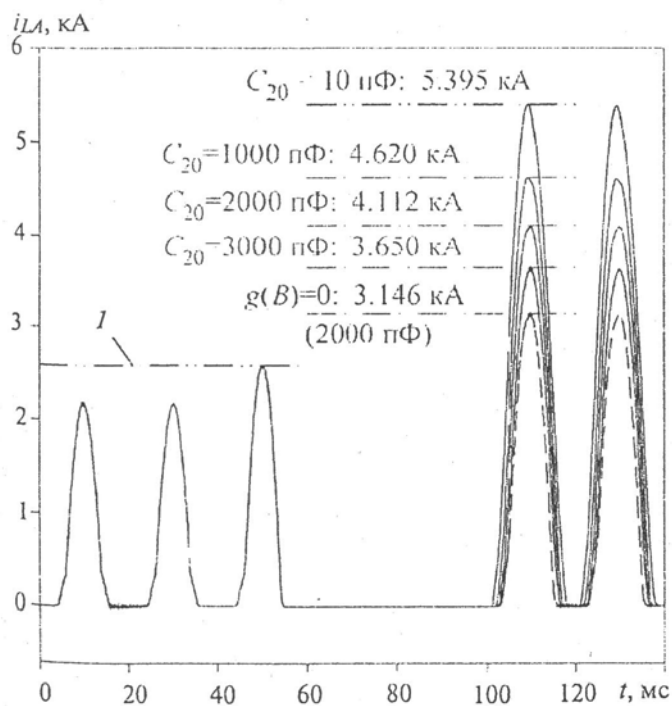


Рис. 5. Влияние ёмкости  $C_2$  и потерь в стали на процесс включения трансформатора  $A$

9. Chandrasena W, McLaren P. G., Annakkage U. D., Jayasinghe R. P. An improved low-frequency transformer model for use in GIC studies // IEEE Trans. Power Del. 2004. № 2.
  10. Guerra F.C.F., Mota W.S. Current transformer model // IEEE Trans. Power Del. 2007. № 1.
  11. Chiesa N, Mork B.A., Hoidalen H.K. Transformer model for inrush current calculations: simulations, measurements and sensitivity analysis // IEEE Trans. Power Del. 2010. № 4.
  12. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Marcel Dekker. CRC Press, 2004.
  13. Fawzi T.H., Burke P.E. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils // IEEE Trans. Power Appar. Syst. 1978. № 2.
  14. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
  15. Лурье А.И. Процесс включения трансформатора на холостой ход и короткое замыкание // Электротехника. 2008. № 2.
  16. Zirka S. E., Moroz Y. I., Marketos P., Moses A. J. Congruency-based hysteresis models for transient simulations // IEEE Trans. Magn. 2004. № 2.
  17. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. М.: Энергия. Ленингр. отд. 1967.
  18. Zirka S.E., Moroz Y.I., Moses A.J., Arturi C.M. Static and dynamic hysteresis models for studying transformer transients // IEEE Trans. Power Delivery. 2011. № 4.
  19. Поливанов К.М. Динамические характеристики ферромагнетиков // Известия АН СССР. Сер. физ. 1952. Т. 16, вып. 3.
  20. Fry R.H., Bean C.P. Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model // J. Appl. Phys. 1958. Vol. 29.
  21. Кадочников А.И. Динамические петли магнитного гистерезиса. Изд-во РАН (Уральское отделение), Екатеринбург, 2007.
  22. Bertotti G. Hysteresis in Magnetism. San Diego, Academic, 1998.
  23. Zirka S.E., Moroz Y.I., Marketos P. a.o. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Trans. Magn. 2008. № 9.
- Зирка Сергей Евгеньевич** – профессор Днепропетровского национального университета (ДНУ), доктор техн. наук. Окончил физико-технический факультет (ФТФ) ДНУ в 1972 г. Защитил докторскую диссертацию по теме «Развитие теории и методов проектирования мощных импульсных трансформаторов» в 1992 г.
- Мороз Юрий Иванович** – доцент ДНУ, канд. техн. наук. Окончил ФТФ ДНУ в 1984 г. Защитил диссертацию по теме «Оптимизация параметров мощных импульсных генераторов на основе искусственных линий» в 1991 г.
- Мороз Елена Юрьевна** – инженер ДНУ. Окончила ФТФ ДНУ в 2009 г.
- Евдокупин Георгий Анатольевич** – профессор Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ) доктор техн. наук. Окончил электромеханический факультет СПбГПУ в 1968 г. Защитил докторскую диссертацию по теме «Электропередачи повышенной натуральной мощности» в 1989 г.
- Дмитриев Михаил Викторович** – начальник отдела научно-технических исследований ЗАО «Завод энергозащитных устройств» (Санкт-Петербург), канд. техн. наук. Окончил электромеханический факультет СПбГПУ в 2003 г. Защитил диссертацию по теме «Методика выбора ОПН для защиты изоляции оборудования сетей 110–750 кВ от грозových и внутренних перенапряжений» в 2006 г.
- Артури Цезаре Марио (Arturi Cesare Mario)** – профессор Миланского политехнического университета (Италия). Окончил электротехнический факультет этого университета в 1975 г.

Ежемесячный научно-технический журнал «Электротехника» издаётся с 1930 г. Журнал рассчитан на широкий круг читателей – специалистов различных отраслей машиностроения.

Журнал включён в перечень ведущих научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук, переводится на английский язык издательством «ALLERTON PRESS, INC» (МАИК «Наука/Интерпериодика»). Полная версия журнала в формате PDF размещена на сайте РУНЭБ ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)). Журнал распространяется по подписке. Отдельные номера можно приобрести в редакции журнала.